

# Analiza sensibilității

---

- Descriere
- Exemplu

**Valentin Grecu**

# Analiza de senzitivitate

---

- Studiaza modul în care se modifică soluția optimă dacă se schimbă parametrii programării liniare
  - Este importantă pentru că în practică adesea parametrii programării liniare sunt aproximări ale realității
-

# Enunțul problemei

---

1. Un atelier de tâmplărie produce scaune tapițate și fotolii. Fiecare scaun necesită 2 ore de muncă pentru tâmplărie și 1 oră pentru tapițare. Un fotoliu necesită 1 oră pentru tâmplărie și 2 ore pentru tapițare. Atelierul nu poate produce mai mult de 120 de fotolii, din cauza lipsei de materiale. Se știe că sunt disponibile maxim 230 de ore de manoperă pentru tâmplărie și maxim 250 de ore pentru tapițare. Câte fotolii și câte scaune se vor produce știind că un scaun aduce un profit de 3 u.m., iar profitul pentru un fotoliu este de 5 u.m.?
-

# 1. Rezolvarea manuală

---

- Trecerea problemei în forma tabelară

	Scaune	Fotolii	Total ore
Tâmplărie	2	1	230
Tapițare	1	2	250
Profit (u.m.)	3	5	

---

# Trecerea problemei în formă matematică

---

## □ Notăm:

- $x = \text{nr. scaune}$
- $y = \text{nr. fotolii}$

## □ Constrângeri:

- Tâmplărie:  $2x + y \leq 230$

- Tapițare:  $x + 2y \leq 250$

- Lipsa material:  $y \leq 120$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

## □ Profitul trebuie maximizat:

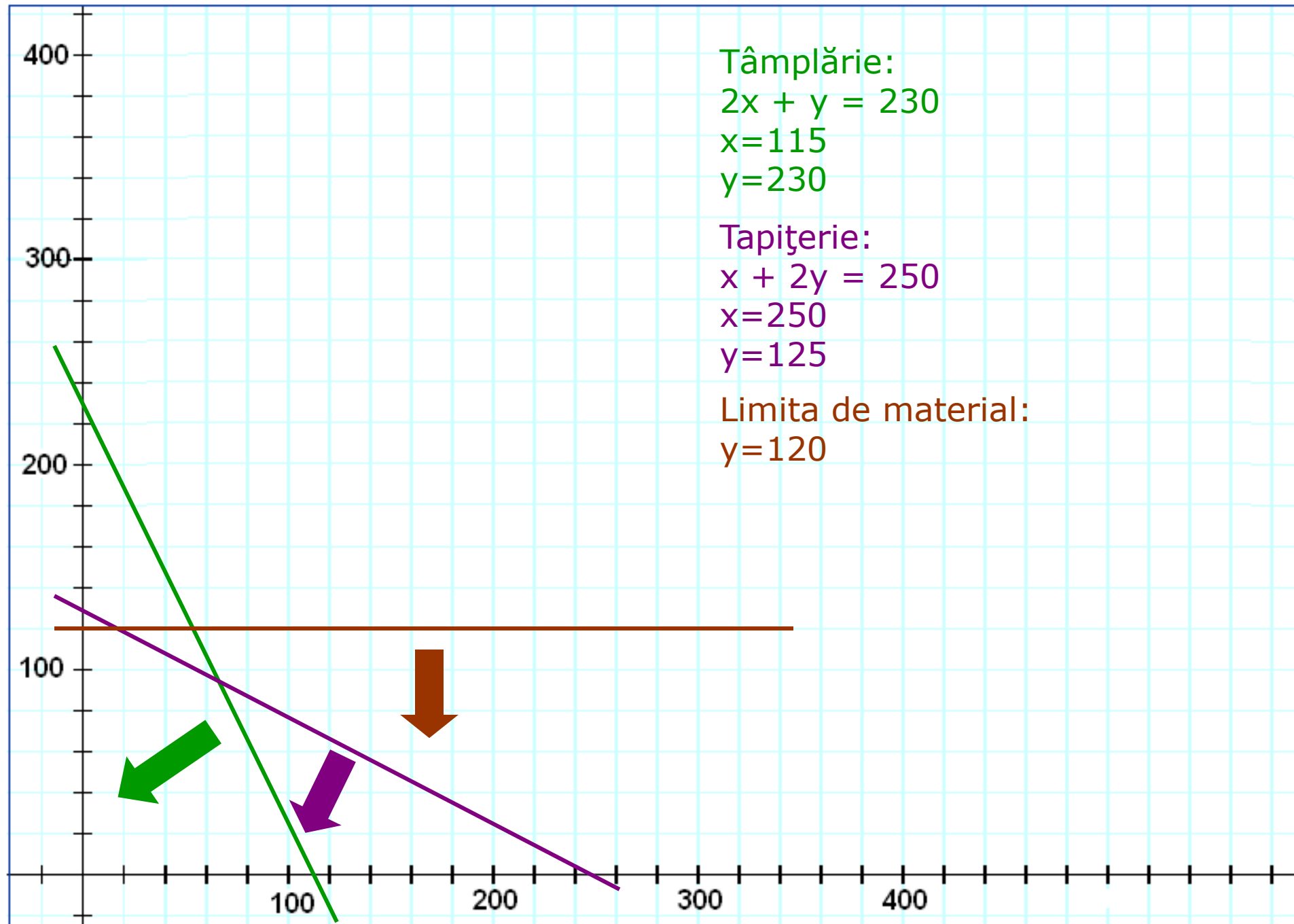
- $P = 3x + 5y$

---

Tâmplărie:  
 $2x + y = 230$   
 $x = 115$   
 $y = 230$

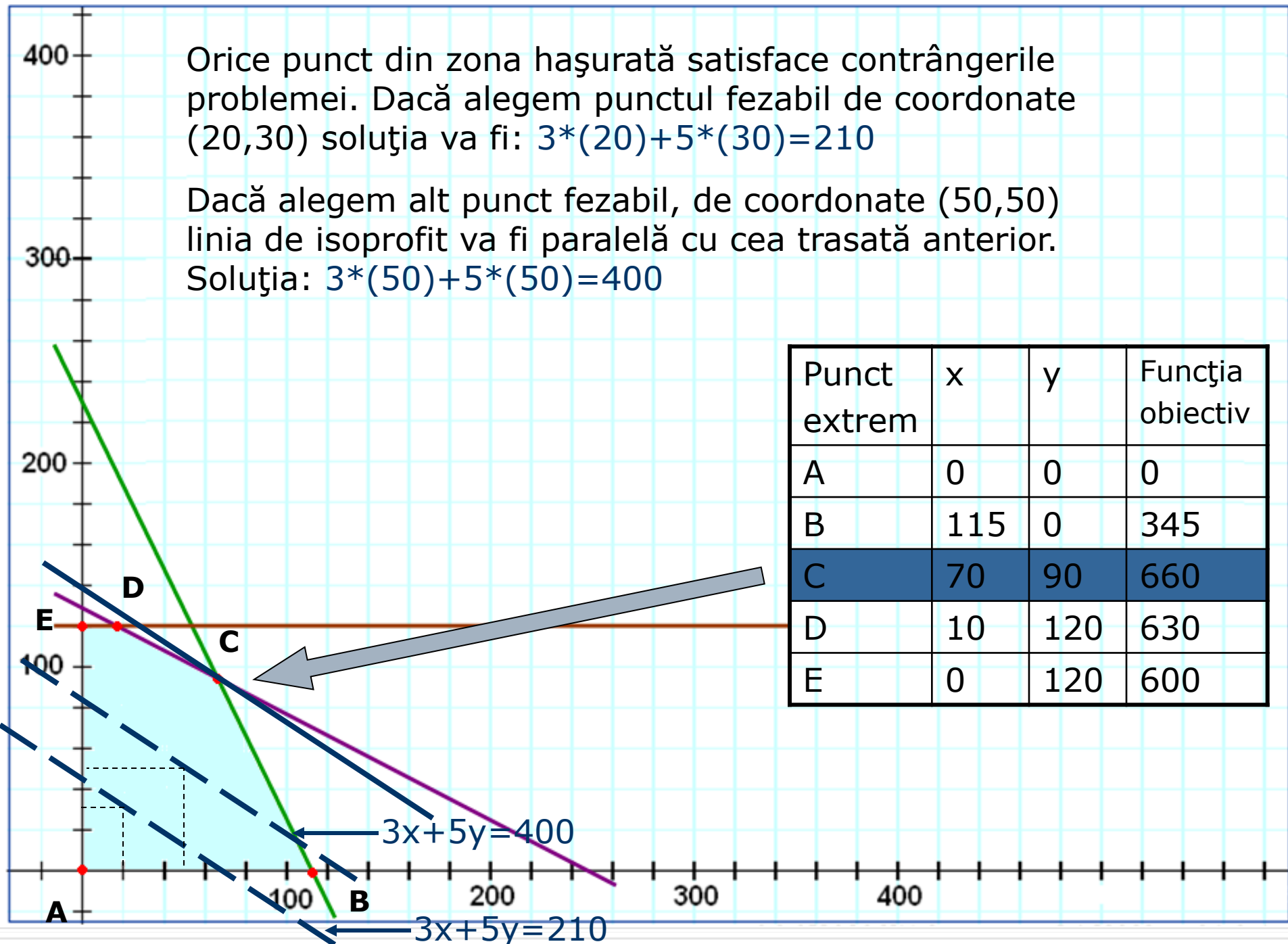
Tapiterie:  
 $x + 2y = 250$   
 $x = 250$   
 $y = 125$

Limita de material:  
 $y = 120$



Orice punct din zona hașurată satisface constrângerile problemei. Dacă alegem punctul fezabil de coordonate (20,30) soluția va fi:  $3 \cdot (20) + 5 \cdot (30) = 210$

Dacă alegem alt punct fezabil, de coordonate (50,50) linia de isoprofit va fi paralelă cu cea trasată anterior. Soluția:  $3 \cdot (50) + 5 \cdot (50) = 400$



Punct extrem	x	y	Funcția obiectiv
A	0	0	0
B	115	0	345
C	70	90	660
D	10	120	630
E	0	120	600

# Analiza de senzitivitate

---

Exemplu



Dorim să aflăm cât poate **crește** profitul unitar pentru un scaun, fără să se schimbe soluția optimă (punctul C)

- Notăm coeficientul lui  $x$  din funcția obiectiv cu  $b$
- Funcția obiectiv devine:  $p = bx + 5y$
- Constrângerea pentru orele de tâmplărie este:  $2x + y = 230$
- Panta funcției obiectiv este  $-(b/5)$
- Panta dreptei constrângerii este  $-(2/1)$
- Egalăm pantele:  $-(b/5) = -(2/1) \Rightarrow b = 10$
- Soluția optimă nu se modifică dacă profitul pt 1 scaun  $\leq 10$

400

300

200

100

A

B

C

D

E

Punctul C nu mai este optim:  
 $15x + 5y = 1500$

Punctul C rămâne optim:  $5x + 5y = 800$

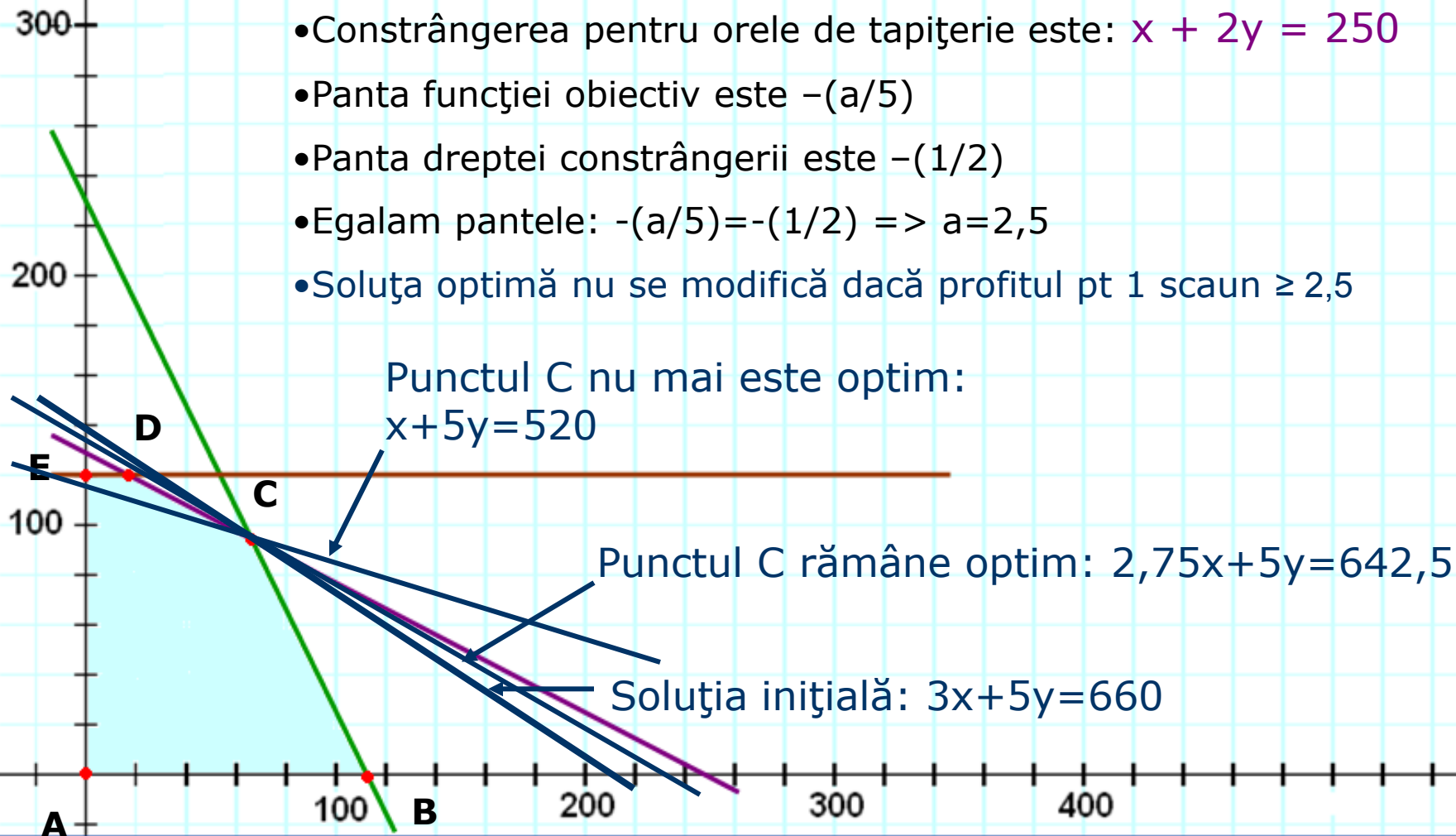
Punctul C rămâne optim:  $4x + 5y = 730$

Soluția inițială:  $3x + 5y = 660$

100 200 300 400

Dorim să aflăm cât poate **scădea** profitul unitar pentru un scaun, fără să se schimbe soluția optimă (punctul C)

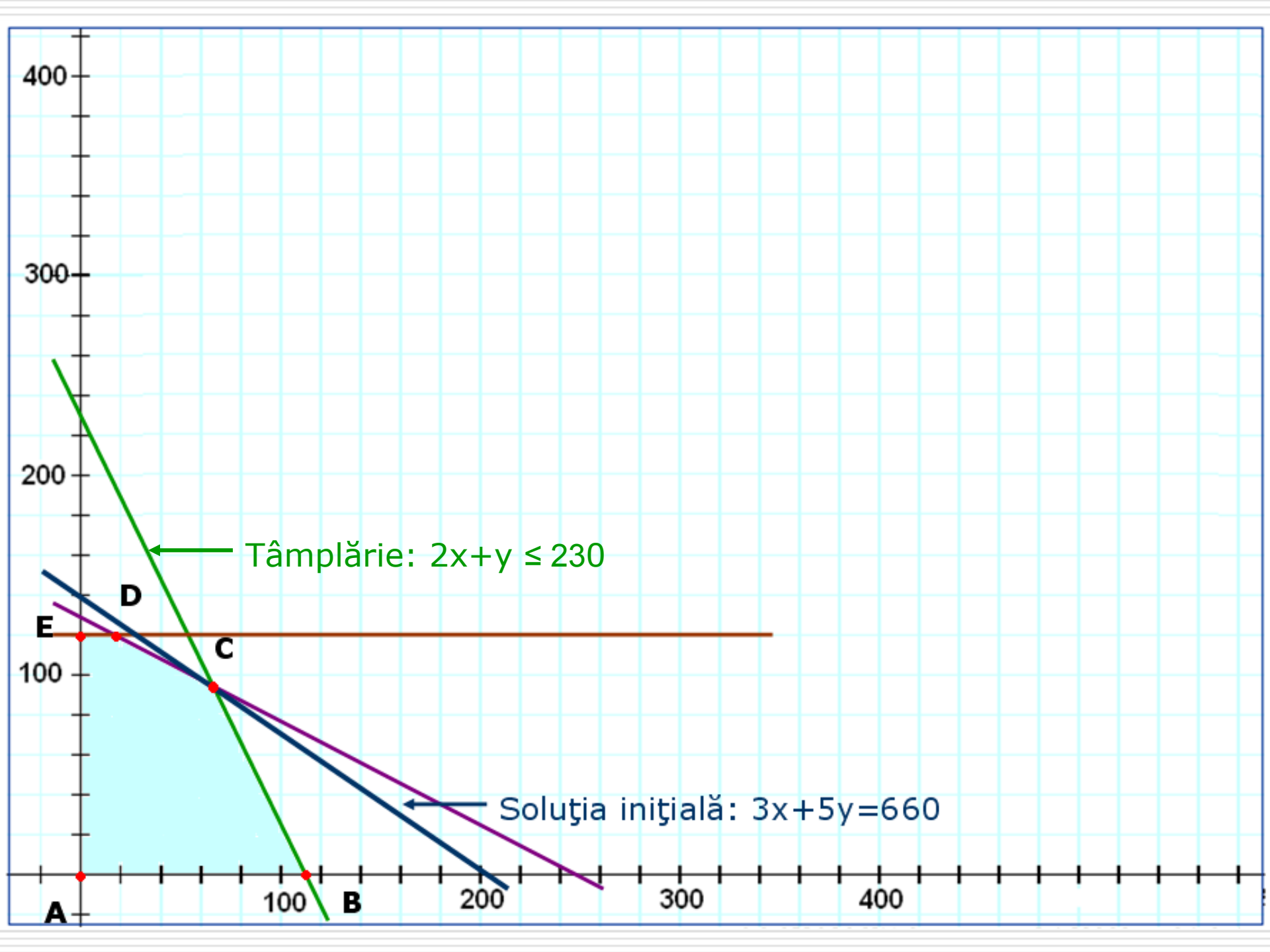
- Notăm coeficientul lui  $x$  din funcția obiectiv cu  $a$
- Funcția obiectiv devine:  $p = ax + 5y$
- Constrângerea pentru orele de tapițerie este:  $x + 2y = 250$
- Panta funcției obiectiv este  $-(a/5)$
- Panta dreptei constrângerii este  $-(1/2)$
- Egalam pantele:  $-(a/5) = -(1/2) \Rightarrow a = 2,5$
- Soluția optimă nu se modifică dacă profitul pt 1 scaun  $\geq 2,5$

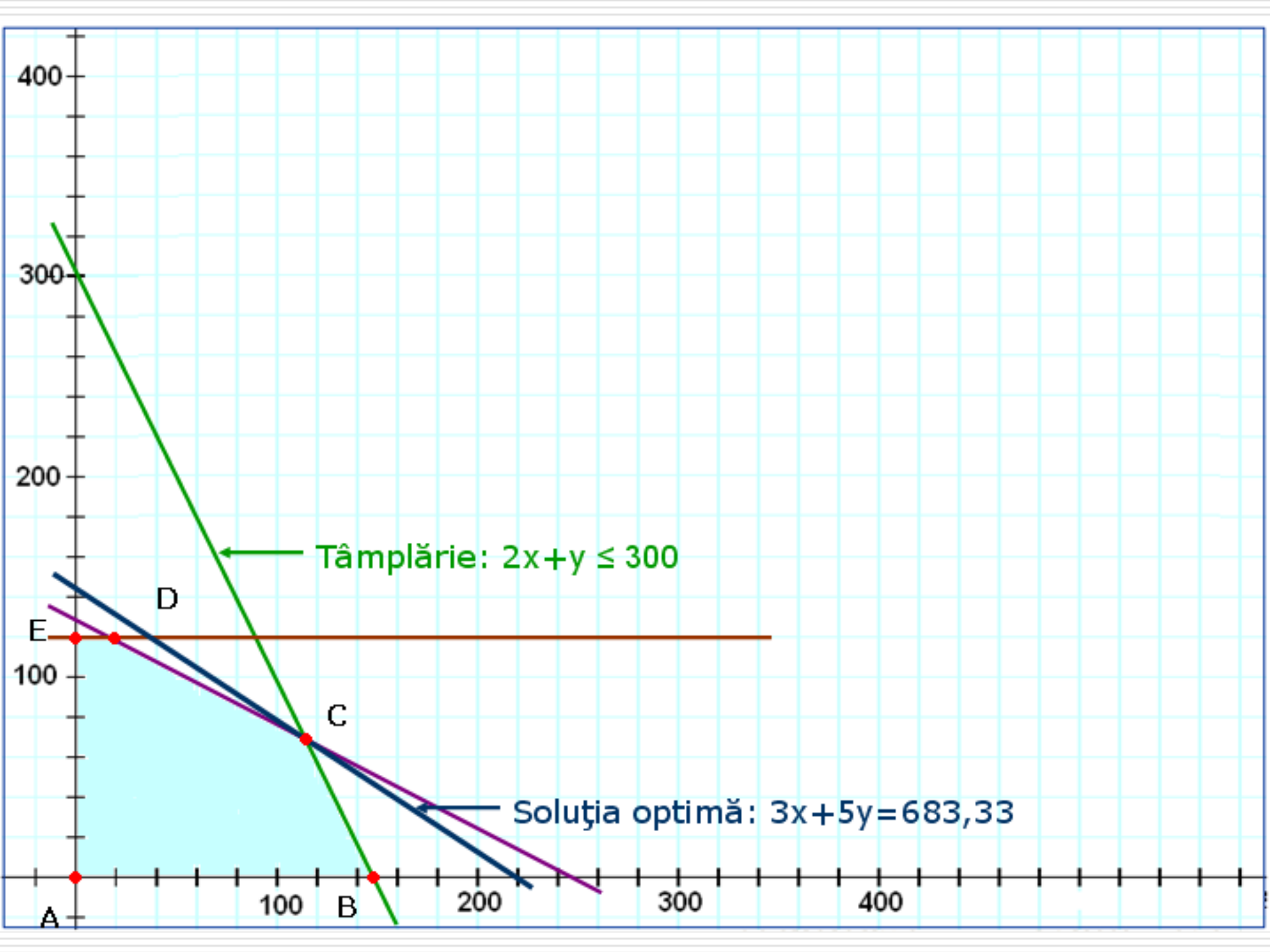


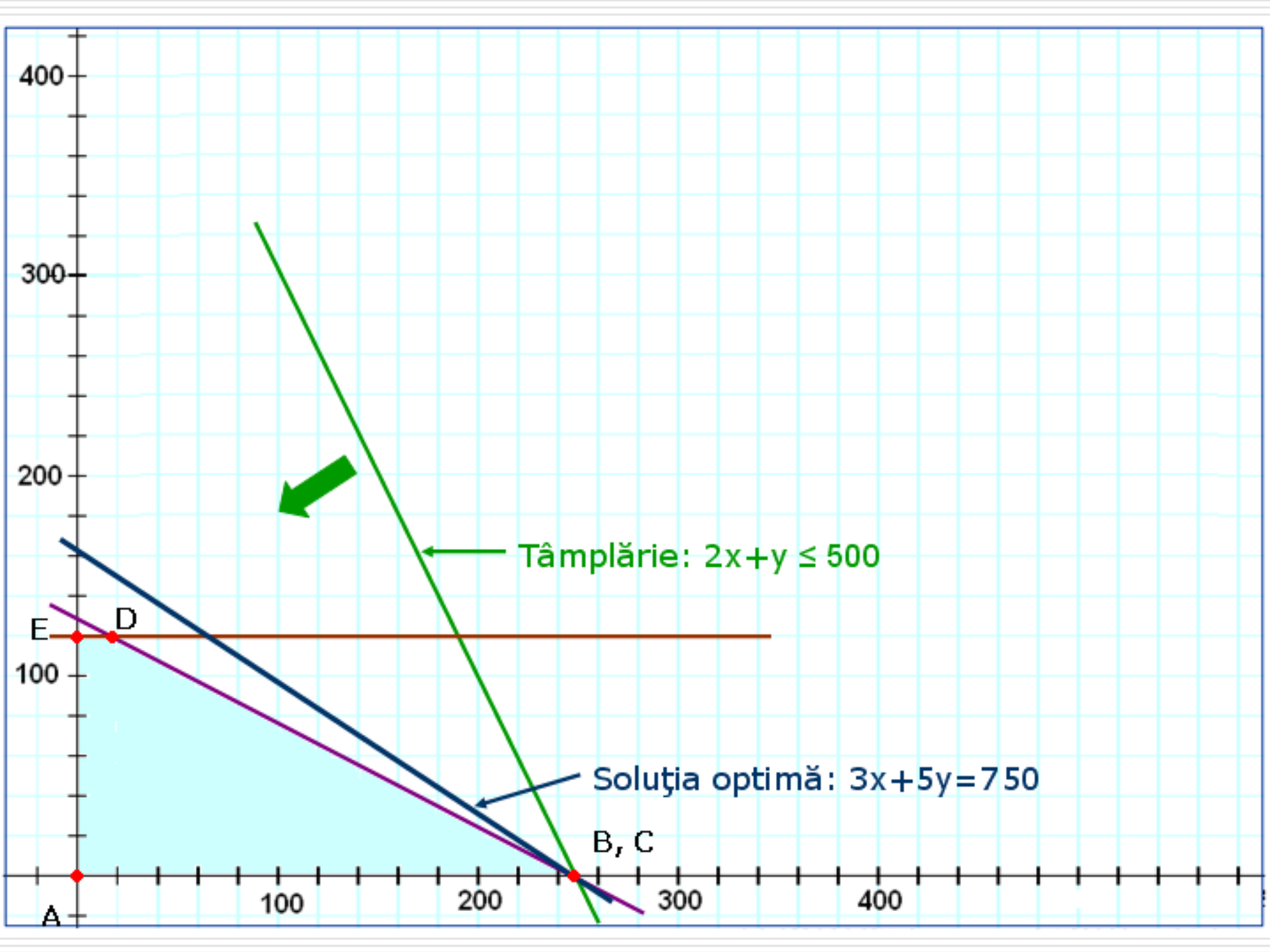
# Valoarea din partea dreaptă a constrângerilor (RHS)

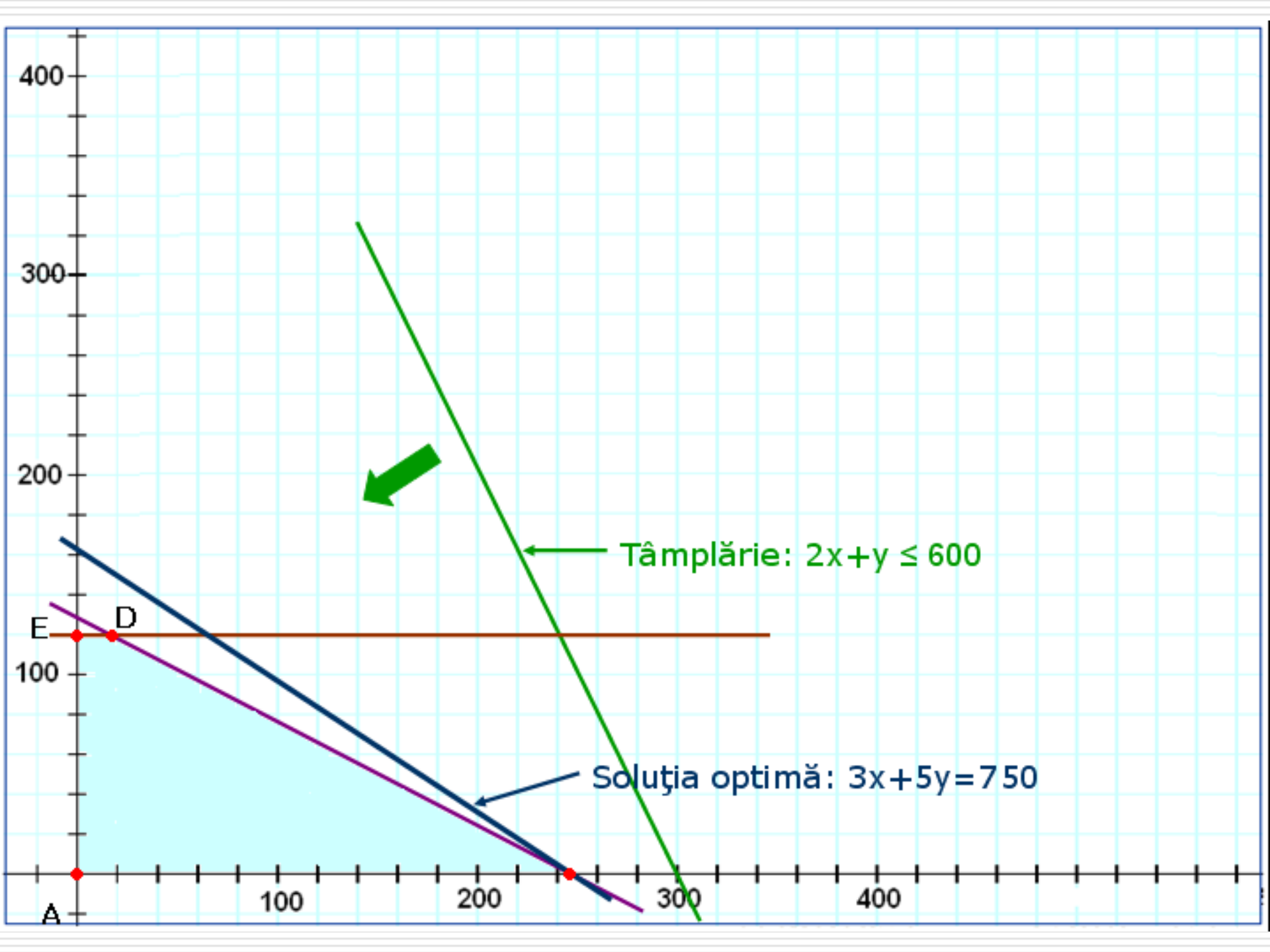
---

- Pentru a ilustra cum se modifică soluția problemei dacă se schimbă valoarea din partea dreaptă a constrângerilor vom lua spre exemplificare constrângerea orelor pentru tâmplărie:  $2x + y \leq 230$
  - Vom analiza variantele când disponibilul de ore va crește peste 230, dar și când va scădea.
-















# Concluzii

---

- ❑ Modificarea coeficienților funcției obiectiv conduce la modificarea înclinării funcției obiectiv, lucru care poate sau nu să afecteze soluția optimă.
  - ❑ Modificarea valorilor din partea dreaptă a restricțiilor conduce la deplasarea dreptelor restricțiilor cu paralele la ele. Acest lucru poate afecta atât soluția optimă cât și valoarea soluției optime.
-

# Analiza de sensibilitate cu Excel

The screenshot displays a Microsoft Excel spreadsheet titled "Microsoft Excel - problema schiurilor". The spreadsheet is set up for a linear programming problem. The Solver Results dialog box is open, showing that a solution has been found and all constraints and optimality conditions are satisfied. The solution found is 70 Scaune and 90 Fotolii produse.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Problema scaunelor si fotoliilor									
2	Date de intrare									
3										
4										
5		Scaune	Fotolii	Total utilizat		Total disponibil				
6	Tâmplărie	2	1	230	<=	230				
7	Tapiterie	1	2	250	<=	250				
8	Lipsă material	0	1	90	<=	120				
9				total profit						
10	Profit	3	5	660						
11										
12	Planul de productie									
13										
14		Scaune	Fotolii							
15	Scaune/fotolii produse	70	90							
16										

**Solver Results**

Solver found a solution. All constraints and optimality conditions are satisfied.

Reports

- Answer
- Sensitivity
- Limits

Keep Solver Solution

Restore Original Values

OK Cancel Save Scenario... Help

Options...

# Analiza de sensibilitate cu Excel (2)

**Modificarea  
coeficienților  
funcției obiectiv**

Adjustable Cells						
Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$15	Scaune/fotolii produse Scaune	70	0	3	7	0,5
\$C\$15	Scaune/fotolii produse Fotolii	90	0	5	1	3,5

Constraints						
Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$D\$6	Tâmplărie Total utilizat	230	0,333333333	230	270	90
\$D\$7	Tapiterie Total utilizat	250	2,333333333	250	45	135
\$D\$8	Lipsă material Total utilizat	90	0	120	1E+30	30

**Cu cât se modifică valoare funcției obiectiv, dacă valoarea din partea dreaptă a constrângerii crește cu o unitate**

**Cu cât se pot modifica valorile din partea dreaptă a constrângerilor**

# Analiza de sensibilitate cu WinQSB

LP-ILP Problem Specification

Problem Title: Problema sacunelor

Number of Variables: 2      Number of Constraints: 3

Objective Criterion: Maximization

Linear and Integer

File Edit Form

UpperBound : R.H.S.

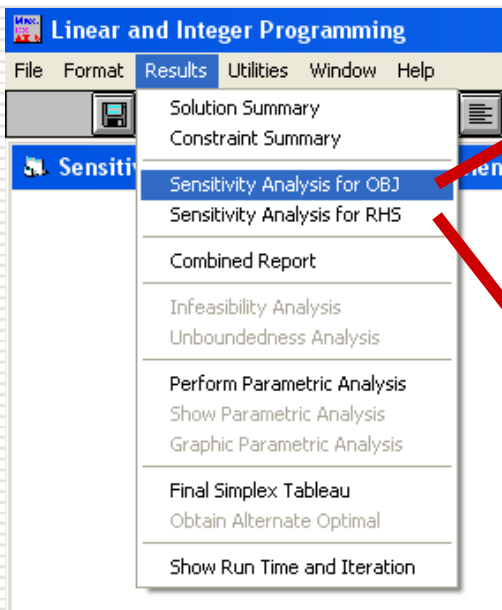
	12:45:52		Tuesday	March	03	2009		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Scaune	70,0000	3,0000	210,0000	0	basic	2,5000	10,0000
2	Fotolii	90,0000	5,0000	450,0000	0	basic	1,5000	6,0000
	Objective Function		(Max.) =	660,0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	Tamplarie	230,0000	<=	230,0000	0	0,3333	140,0000	500,0000
2	Tapiterie	250,0000	<=	250,0000	0	2,3333	115,0000	295,0000
3	Lipsa_material	90,0000	<=	120,0000	30,0000	0	90,0000	M

Specify Solution Quality  
Specify Variable Branching Priorities

Lipsa_material	LowerBound	UpperBound	VariableType
0	0	M	Integer

Fotolii	Direction	R. H. S.
5		
1	<=	230
2	<=	250
1	<=	120

# Analiza de sensibilitate cu WinQSB (2)



03-03-2009 13:19:00	Decision Variable	Solution Value	Reduced Cost	Unit Cost or Profit C(j)	Allowable Min. C(j)	Allowable Max. C(j)
1	Scaune	70,000	0	3,000	2,500	10,000
2	Fotolii	90,000	0	5,000	1,500	6,000

03-03-2009 13:23:55	Constraint	Direction	Shadow Price	Right Hand Side	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	Tamplarie	<=	0,3333	230,000	140,000	500,000
2	Tapiterie	<=	2,3333	250,000	115,000	295,000
3	Lipsa_material	<=	0	120,000	90,000	M

# Analiza de sensibilitate cu STORM

```
C:\DOCUME~1\Vali\MYDOCU~1\vali\WATERI~1\COSIMS~1\SOFTWA~1\Storm\STORM.EXE
```

```
STORM EDITOR : Linear & Integer Programming Module
```

```
Title : Problema scaunelor
Number of variables : 2
Number of constraints : 3
Starting solution given : NO
Objective type (MAX/MIN) : MAX
```

R#	C#	SCAUNE	FOTOLII	CONST	TYPE	R H S	RANGE
OBJ	COEFF	3.	5.		XXXX	XXXX	XXXX
TAMPLARIE		2.	1.		<=	230.	
TAPITARE		1.	2.				
LIPSA_MAT		0.	1.				
VARBL	TYPE	POS	POS				
LOWR	BOUND	.	.				
UPPR	BOUND	.	.				
INIT	SOLN	0.	0.				

```
No entry
F1 Block F2 GoTo F3 InsR F4 DelR
```

```
C:\DOCUME~1\Vali\MYDOCU~1\vali\WATERI~1\COSIMS~1\SOFTWA~1\Storm\STORM.EXE
```

```
LINEAR PROGRAMMING OPTIMAL SOLUTION : ITERATION 3
```

- 1) Summary Report for current solution
- 2) Detailed Report for current solution
- 3) Sensitivity analysis of optimal solution
- 4) Parametric analysis of right-hand side
- 5) Select entering variable, go to next iteration
- 6) Save optimal solution as initial solution
- 7) List problem data in equation style
- 8) Tableau Report for current solution

```
Select option 3
```

```
Use v/^ to change option; Enter to select; Esc to return
```

```
F6 Config F7 Edit/Save F8 Input F9 Modules F10 Exit STORM KB: N
```

# Analiza de sensibilitate cu STORM (2)

```
C:\DOCUME~1\Vali\MYDOCU~1\vali\MATERI~1\COSIMS~1\SOFTWA~1\Storm\STORM.EXE
```

Problema scaunelor  
SENSITIVITY ANALYSIS OF COST COEFFICIENTS

	Variable	Current Coeff.	Allowable Minimum	Allowable Maximum
1	SCAUNE	3.0000	2.5000	10.0000
2	FOTOLII	5.0000	1.5000	6.0000

```
C:\DOCUME~1\Vali\MYDOCU~1\vali\MATERI~1\COSIMS~1\SOFTWA~1\Storm\STORM.EXE
```

Problema scaunelor  
SENSITIVITY ANALYSIS OF RIGHT-HAND SIDE VALUES

	Constraint	Type	Current Value	Allowable Minimum	Allowable Maximum
1	TAMPLARIE	<=	230.0000	140.0000	500.0000
2	TAPITARE	<=	250.0000	115.0000	295.0000
3	LIPSA_MAT	<=	120.0000	90.0000	Infinity

Press

Press any key when ready